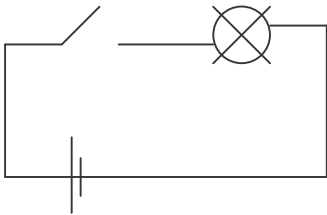


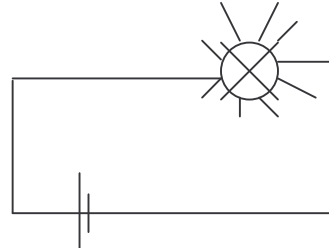
Schaltalgebra

Unser Ziel ist es eine Maschine zu bauen, die im Dualsystem addieren kann. Alle anderen Grundrechenarten können wie bereits gezeigt - auf die Addition zurückgeführt werden. Den Ziffern 0 und 1 werden dabei physikalische Zustände zugeordnet.

0
Kein Strom (Lampe leuchtet nicht)



1
Strom (Lampe leuchtet)

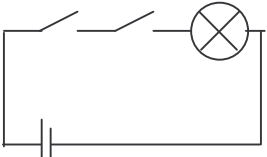
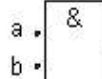


1. Grundsaltungen

1.1 Parallelschaltung (Disjunktion, OR-Verknüpfung)

Schaltung	Leitwerttabelle	Elektronischer Bauteil
	a b a ∨ b	
	0 0 0	
	1 0 1	
	0 1 1	
	1 1 1	
f1 (a,b) = a ∨ b		

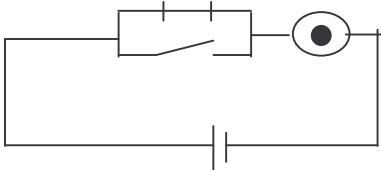
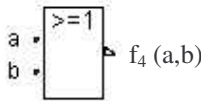
1.2 Serienschaltung (Konjunktion, AND-Verknüpfung)

Schaltung	Leitwerttabelle	Elektronischer Bauteil
	a b $a \wedge b$	
	0 0 0	
	1 0 0	
	0 1 0	
	1 1 1	
$f_2(a,b) = a \wedge b$		

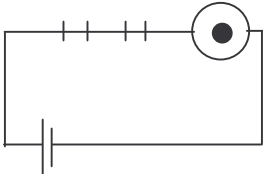
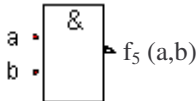
1.3 NOT-Schaltung (NON-Verknüpfung)

Schaltung	Leitwerttabelle		Elektronischer Bauteil
 (inverses Lämpchen)	a	a'	 f ₃ (a)
	0	1	
	1	0	
f ₃ (a) = a'			

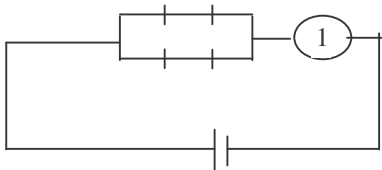
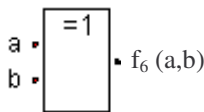
1.4 NOR-Schaltung (NOT-OR-Verknüpfung)

Schaltung	Leitwerttabelle			Elektronischer Bauteil
	a	b	$(a \vee b)'$	
	0	0	1	
	1	0	0	
	0	1	0	
	1	1	0	
$f_4(a,b) = (a \vee b)'$				

1.5 NAND-Schaltung (NOT-AND-Verknüpfung)

Schaltung	Leitwerttabelle			Elektronischer Bauteil
	a	b	$(a \wedge b)'$	
	0	0	1	
	1	0	1	
	0	1	1	
	1	1	0	
$f_5(a,b) = (a \wedge b)'$				

1.6 XOR-Schaltung (Exclusive-OR-Verknüpfung)

Schaltung	Leitwerttabelle	Elektronischer Bauteil															
 Lämpchen, das nur leuchtet, wenn nur ein Schalter geschlossen ist	<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>$a \oplus b$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	b	$a \oplus b$	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	
a	b	$a \oplus b$															
0	0	0															
1	0	1															
0	1	1															
1	1	0															
$f_6(a,b) = a \oplus b$																	

2. Addierer

2.1 Halbaddierer

Die Halbaddierer Schaltung ermöglicht es zwei Dualziffern zu addieren. Sie muss dazu zwei Eingänge und zwei Ausgänge besitzen.

Schaltung	Leitwerttabelle	Elektronischer Bauteil																				
	<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>Σ</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	b	c	Σ	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	
a	b	c	Σ																			
0	0	0	0																			
1	0	0	1																			
0	1	0	1																			
1	1	1	0																			

2.2 Volladdierer

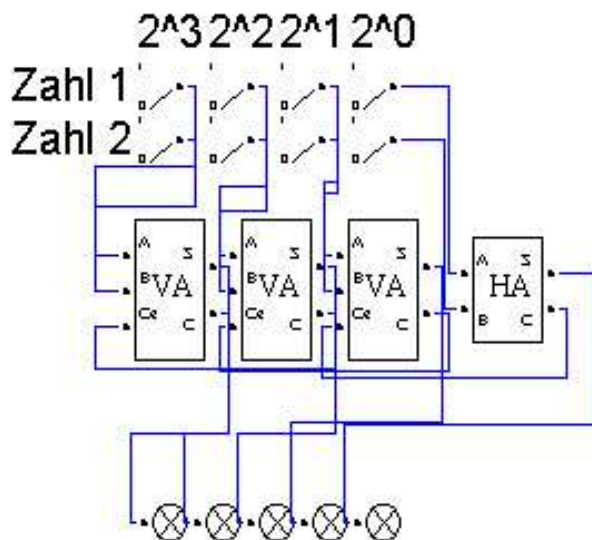
Um zwei Dualzahlen addieren zu können, ist es neben der Verwendung der Halbaddiererschaltung erforderlich eine sogenannte Volladdiererschaltung zu verwenden, die es gestattet auch Überträge zu verarbeiten.

Der Volladdierer setzt sich aus mehreren Vorgängen zusammen:

1. Zuerst werden die beiden Summanden a und b addiert. Dies erledigt ein Halbaddierer HA_1 . Er liefert eine Summe (Σ_v) sowie einen Übertrag (C_v).
2. Die erhaltene Summe (Σ_v) muss mit C_{in} , dem Übertrag des letzten Addierers, addiert werden. Dies erledigt ein Halbaddierer HA_2 . Er liefert die endgültige Summe (Σ_{out}) sowie einen Übertrag (C_v').
3. Die beiden Überträge C_v und C_v' ergeben zusammen den nächsten Übertrag C_{out} mithilfe einer OR-Schaltung.

Schaltung	Leitwerttabelle	Elektronischer Bauteil																																													
	<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>C_{in}</th><th>C_{out}</th><th>Σ_{out}</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	C _{in}	C _{out}	Σ _{out}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	
a	b	C _{in}	C _{out}	Σ _{out}																																											
0	0	0	0	0																																											
1	0	0	0	1																																											
0	1	0	0	1																																											
1	1	0	1	0																																											
0	0	1	0	1																																											
1	0	1	1	0																																											
0	1	1	1	0																																											
1	1	1	1	1																																											

2.3 Paralleladdierer



4. Grundgesetze der Schaltalgebra

4.1 Kommutativgesetz

$$a \wedge b = b \wedge a$$

$$a \vee b = b \vee a$$

4.2 Assoziativgesetz

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

4.3 Idempotenzgesetz

$$a \wedge a = a$$

$$a \vee a = a$$

4.4 Gesetz von DeMorgan

$$(a \wedge b)' = a' \vee b'$$

$$(a \vee b)' = a' \wedge b'$$

4.5 Komplementärschaltungen

$$a \wedge a' = 0$$

$$a \vee a' = 1$$

4.6 doppelte Verneinung

$$(a')' = a$$

4.7 Neutrales Element

$$a \wedge 1 = a$$

$$a \vee 1 = 1$$

4.8 Distributivgesetz

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

4.9 Verknüpfung mit 0

$$a \wedge 0 = 0$$

$$a \vee 0 = a$$

5. Vereinfachen von Schaltungen

5.1 $a \wedge (a' \vee b)$

$$f(a,b) = a \wedge (a' \vee b) \quad \text{Distributivgesetz}$$

$$f(a,b) = (a \wedge a') \vee (a \wedge b) \quad \text{Komplementärschaltung}$$

$$f(a,b) = 0 \vee (a \wedge b) \quad \text{Verknüpfung mit 0}$$

$$f(a,b) = a \wedge b$$

5.2 $(a \vee b) \wedge (a \vee b') \wedge (a' \vee b)$

$$f(a,b) = (a \vee b) \wedge (a \vee b') \wedge (a' \vee b) \quad \text{Distributivgesetz}$$

$$f(a,b) = a \vee (b \wedge b') \wedge (a' \vee b) \quad \text{Komplementärschaltung / Verknüpfung mit 0}$$

$$f(a,b) = a \wedge (a' \vee b) \quad \text{Distributivgesetz}$$

$$f(a,b) = (a \wedge a') \vee (a \wedge b) \quad \text{Komplementärschaltung / Verknüpfung mit 0}$$

$$f(a,b) = a \wedge b$$

5.3 $(a \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (a' \wedge b)$

$f(a,b) = (a \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (a' \wedge b)$	Distributivgesetz
$f(a,b) = a \wedge (b \vee b') \vee (a' \wedge b)$	Komplementärschaltung / Neutrales Element
$f(a,b) = a \vee (a' \wedge b)$	Distributivgesetz
$f(a,b) = (a \vee a') \wedge (a \vee b)$	Komplementärschaltung / Neutrales Element
$f(a,b) = a \vee b$	