**Grundgesetze der Schaltalgebra**

1. Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz)

a ^ b = b ^ a  
a v b = b v a

1. Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz)  
   (a ^ b) ^ c = a ^ (b ^ c)

(a v b) v c = a v (b v c)

1. Idempotenzgesetz

a ^ a = a  
a v a = a

1. Gesetz von De Morgan

(a ^ b)‘ = a‘ v b‘  
(a v b)‘ = a‘ ^ b‘

1. Komplementärschaltungen

a ^ a‘ = 0   
a v a‘ = 1

1. Doppelte Verneinung

(a‘)‘ = a

1. Neutrales Element

a ^ 1 = a

a v 1 = 1

1. Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)

a ^ (b v c) = (a ^ b) v (a ^ c)

a v (b ^ c) = (a v b) ^ (a v c)

1. Verknüpfung mit 0

a ^ 0 = 0

a v 0 = a

Bsp: Überprüfe das Gesetz von De Morgan mit Hilfe einer Leitwerttabelle: (a ^ b)‘ = a‘ v b‘

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | a ^ b | (a ^ b)‘ | a‘ | b‘ | a‘ v b‘ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Bsp: Überprüfe folgendes Distributivgesetz a ^ (b v c) = (a ^ b) v (a ^ c)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | c | b v c | a ^ (b v c) | (a ^ b) | (a ^ c) | (a ^ b) v (a ^ c) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Vereinfachung von Schaltungen

Bsp: Vereinfache folgende Schaltfunktion: f(a,b) = a ^ (a‘ v b)

a ^ (a‘ v b) Distributivgesetz

(a ^ a‘) v (a ^ b) Komplementär

0 v (a ^ b) Verkn. mit 0

**a ^ b**

Bsp: Vereinfache die Schaltfunktion f(a,b)= (a v b) ^ (a v b') ^ (a' v b) | DG (8)

= a v (b ^ b‘) ^ (a‘ v b) |Kompl. (5)

= a v 0 ^ (a‘ v b) | Verkn. mit 0 (9)  
 = a ^ (a‘ v b) | DG (8)

= (a ^ a‘) v (a ^ b) | Kompl. (5)

= 0 v (a ^ b) | Verkn. mit 0 (9)

= a ^ b

Bsp: Vereinfache die Schaltfunktion f(a,b)= (a ^ b) v (a ^ b') v (a' ^ b) | DG

a ^ (b v b‘) v (a‘ ^ b) | Komp.

a ^ 1 v (a‘ ^ b) | Neutr. Elem

a v (a‘ ^ b) | DG

(a v a‘) ^ (a v b) | Kompl.

1 ^ (a v b) | NE  
 a v b

Bsp: Brandmelder

Zur automatischen Brandbekämpfung wurden drei Sensoren (a,b,c) in einem Raum angebracht. Melden mindestens zwei der drei Sensoren eine Rauchentwicklung, so schaltet sich die Sprinkleranlage ein. Entwirf eine Leitwerttabelle, eine Schaltfunktion und stelle diese mittels LogikSim dar!

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a | b | c | Sprinkler (b ^ c) v (a ^ b) v (a ^ c) |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

